

104

B

پاسخنامه آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل  
سال ۱۳۹۱

مجموعه مهندسی مکانیک - کد ۱۲۶۷

دفترچه پاسخنامه

## کلید سازمان سنجش

- ۱- گزینه ۳
- ۲- گزینه ۴
- ۳- گزینه ۱
- ۴- گزینه ۲
- ۵- گزینه ۳
- ۶- گزینه ۴
- ۷- گزینه ۲
- ۸- گزینه ۱
- ۹- گزینه ۱
- ۱۰- گزینه ۳
- ۱۱- گزینه ۴
- ۱۲- گزینه ۱
- ۱۳- گزینه ۲
- ۱۴- گزینه ۳
- ۱۵- گزینه ۲
- ۱۶- گزینه ۱
- ۱۷- گزینه ۴
- ۱۸- گزینه ۱
- ۱۹- گزینه ۳
- ۲۰- گزینه ۴
- ۲۱- گزینه ۳
- ۲۲- گزینه ۲
- ۲۳- گزینه ۲
- ۲۴- گزینه ۴
- ۲۵- گزینه ۲
- ۲۶- گزینه ۱
- ۲۷- گزینه ۲
- ۲۸- گزینه ۳
- ۲۹- گزینه ۱
- ۳۰- گزینه ۴

ریاضی (ریاضی عمومی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی)

۳۱- گزینه ۴

صورت همگن مرتبه ۳، مخرج همگن مرتبه ۲، بنابراین حد موجود دو برابر صفر است بنابراین پیوسته است.

$$x = 0 \rightarrow f_y(0, y) = 0 \rightarrow f_y(0, 0) = 0$$

$$y = 0 \rightarrow f(x, 0) = \frac{x^3}{2x^2} = \frac{1}{2}x \rightarrow f_x(0, 0) = \frac{1}{2}$$

$$D_u f(0, 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(0 + tu_1, 0 + tu_2)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^3 u_1^3}{t(t^2 u_1^2 + t^2 (u_1 + u_2)^2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{u_1^3}{u_1^2 + u_2^2 + 2u_1 u_2 + u_1^2} = \frac{u_1^3}{1 + 2u_1 u_2 + u_1^2}$$

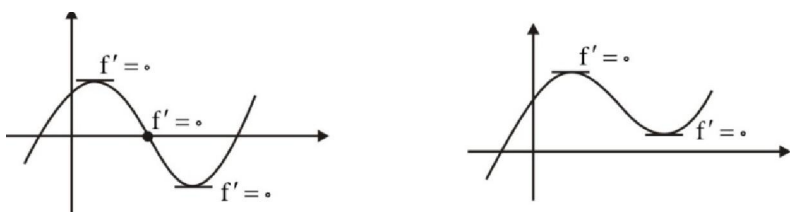
۳۲- گزینه ۱

$$\left(\frac{2t}{t+2}\right)' = 2 \left(\frac{t+2-t}{(t+2)^2}\right) = \frac{4}{(t+2)^2}, \quad (\ln(1+t))' \Rightarrow \frac{1}{1+t}$$

$$\frac{1}{1+t} > \frac{4}{(t+2)^2}$$

۳۳- گزینه ۳

سوال همان نتیجه قضیه رول است.



۳۴- گزینه ۱

$$f_1(x) = \sin x, \quad f(x) = \sin^{-1} x$$

$$g_1(x) = -\tan x, \quad g(x) = -\tan^{-1} x$$

$$\text{گزینه ۲: } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x - \tan x) \neq \lim_{x \rightarrow 0} (\sin^{-1} x - \tan^{-1} x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{x^3}{6}\right) \neq \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3}{6}\right)$$

گزینه سوم نیز به همین صورت ثابت می‌شود.

$$\text{گزینه ۴: } \lim_{x \rightarrow 0} e^{\sin x} \neq \lim_{x \rightarrow 0} e^x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} e^{x - \frac{x^3}{6} + \dots} \neq \lim_{x \rightarrow 0} e^x$$

۳۵- گزینه ۱

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \pm \dots$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x} \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \pm \dots\right) dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} \pm \dots\right) dx$$

$$= \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \pm \dots\right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \pm \dots = \left(1 + \frac{1}{9} + \dots\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots\right) = \frac{\pi^2}{8} - \left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi^2}{8}\right) = \frac{\pi^2}{12}$$

۳۶- گزینه ۴

$$x^2 + y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 1 + \frac{z^2}{4} \Rightarrow \frac{z^2}{4} - z + 1 = 0 \Rightarrow z^2 - 4z + 4 = 0 \Rightarrow (z-2)^2 = 0 \Rightarrow z = 2$$

$$x = \sqrt{2} \cos t, \quad y = \sqrt{2} \sin t \Rightarrow R(t) = (\sqrt{2} \cos t, \sqrt{2} \sin t)$$

$$T = \frac{V}{|V|} = \frac{(-\sqrt{2} \sin t, \sqrt{2} \cos t)}{\sqrt{2}} = (-\sin t, \cos t, 0)$$

$$N = \frac{T'}{|T'|} = \frac{(-\cos t, -\sin t, 0)}{1} = (-\cos t, -\sin t, 0)$$

$$B = T \times N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\sin t & \cos t & 0 \\ -\cos t & -\sin t & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, 1)$$

$$k = \frac{|V \times a|}{|V|^2} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۳۷- گزینه ۳

$$z^2 = \frac{x^2 + y^2}{xy} \Rightarrow z = \sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$$

$$z_y = \frac{-\frac{x}{y} + \frac{1}{x}}{2\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}} \xrightarrow{y=1} z_y = \frac{-x + \frac{1}{x}}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}}$$

$$z_{xy} = \frac{\left(-1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(2\sqrt{x + \frac{1}{x}}\right) - \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}(-x + \frac{1}{x})}{2\left(x + \frac{1}{x}\right)} \xrightarrow{x=1} z_{xy} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

۳۸- گزینه ۱)

$$f = d^r = x^r + y^r + z^r, \quad g = xy - z + 1 = 0$$

$$\nabla f = \lambda \nabla g \Rightarrow (r x, r y, r z) = \lambda (y, x, -1) \Rightarrow \begin{cases} r x = \lambda y \\ r y = \lambda x \\ r z - \lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x, z = -1 \\ y = -x, z = 1 \end{cases}$$

$$g: x^r + x = 0 \text{ غیرممکن}; \quad -x^r = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0, z = 1$$

۳۹- گزینه ۲)

$$I = \int_{\beta}^{\beta+1} (\ln x) dx = \int_{\beta}^{\beta+1} (\ln(\beta+1) - \ln \beta) d\beta = [(\beta+1) \ln(\beta+1) - (\beta+1) - (\beta \ln \beta - \beta)] \Big|_{\beta}^{\beta+1} = 2 \ln 2$$

۴۰- گزینه ۲)

قضیه مقدار میانگین در توابع ۲ متغیره است.

۴۱- گزینه ۱)

$$xy = t \Rightarrow y + xy' = t', \quad y = \frac{t}{x}$$

$$\Rightarrow xy' + y - y \ln xy = 0$$

$$\Rightarrow t' - \frac{t}{x} \ln t = 0$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t}{x} \ln t$$

$$\Rightarrow \frac{dt}{t \ln t} = \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dt}{t \ln t} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln(\ln t) = \ln cx$$

$$\Rightarrow \ln t = cx \Rightarrow t = e^{cx} \Rightarrow xy = e^{cx}$$

۴۲- گزینه ۲)

$$y'' + r y = g(x)$$

$$L \Rightarrow s^r y_{(s)} - s y_{(-)} - y_{(+)} + r y_{(s)} = G(s)$$

$$\Rightarrow (s^r + r) y_{(s)} = G(s) + r s - 1$$

$$\Rightarrow y_{(s)} = \frac{G(s)}{s^r + r} + \frac{r s - 1}{s^r + r}$$

$$\Rightarrow y(s) = \frac{1}{r} \times \frac{r G(s)}{s^r + r} + \frac{r s}{s^r + r} - \frac{1}{r} - \frac{r}{s^r + r}$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{1}{r} \int g(x) \cdot \sin r(t-x) \cdot dx + r \cos r x - \frac{1}{r} \sin r x$$

۴۳- گزینه ۴)

$$\frac{\sqrt{1+x^r}}{1+y^r} \cdot dy = \frac{1}{1+x^r} dx \Rightarrow \frac{dy}{1+y^r} = \frac{dx}{(1+x^r)^{\frac{r}{r}}}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{1+y^r} = \int \frac{dx}{(1+x^r)^{\frac{r}{r}}} \Rightarrow \arctan y = \int \frac{dx}{(1+x^r)^{\frac{r}{r}}} + c$$

$$\Rightarrow \arctan y = \frac{x}{(1+x^r)^{\frac{1}{r}}} + c$$

۴۴- گزینه ۱)

$$y' = p \Rightarrow x^r p'' - r x p' + r p = 0 \text{ معادله اویلر}$$

$$\Rightarrow x = e^z \Rightarrow \ddot{p} + (-r-1)\dot{p} + r p = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{p} - 4\dot{p} + r p = 0$$

$$\text{معادله کمکی: } r^2 - 4r + r = 0 \Rightarrow r = 3, 1$$

$$\Rightarrow p = c_1 x^r + c_2 x^1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = c_1 x^r + c_2 x \Rightarrow y = c_1 x^r + c_2 x^r + c_3$$

۴۵- گزینه ۴)

$$t y'' + (1-t)y' + x y = 0$$

$$L \Rightarrow -\frac{d}{ds}(s^r y_{(s)}) + s y_{(s)} + \frac{d}{ds}(s y_{(s)}) + n y_{(s)} = 0$$

$$\Rightarrow -r s y_{(s)} - s^r \frac{dy}{ds} + s y_{(s)} + y_{(s)} + s \frac{dy_{(s)}}{ds} + n y_{(s)} = 0$$

$$\Rightarrow (-s^r + s) \frac{dy}{ds} + (-s+1+n)y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{ds} = \frac{-s+1+n}{s^r - s} y \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{-s+1+n}{s(s-1)} ds$$

$$\Rightarrow \frac{-s+1+n}{s(s-1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-1} = \frac{(A+B)s - A}{s(s-1)}$$

$$\Rightarrow -A = L + n = 1 \quad \boxed{A = -(1+n)}, \quad A + B = -1 \Rightarrow \boxed{B = n}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \left( \frac{-(1+n)}{s} + \frac{n}{s-1} \right) ds$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \left( \frac{-(1+n)}{s} + \frac{n}{s-1} \right) ds$$

$$\Rightarrow \ln y = -(1+n) \ln s + n \ln(s-1)$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln \frac{(s-1)^n}{s^{(n+1)}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{(s-1)^n}{s^{n+1}}$$

۴۶- گزینه ۲)

هر دو شرط مرزی  $u(0, t) = u(L, t) = 0$  شرایط دیریکله هستند. پس مقادیر ویژه  $\lambda_n = \frac{n\pi}{L}$  و توابع ویژه  $\sin \lambda_n x$  است. شرایط تناوبی نسبت به زمان می‌طلبد که معادله به دست آمده بر حسب زمان جواب مختلف داشته باشد لذا:  $\lambda > 1$  در نتیجه:

$$\frac{n\pi}{L} > 1 \xrightarrow{n=1} \frac{L}{\pi} < 1$$

۴۷- گزینه ۲)

$$u = V + w \Rightarrow \begin{cases} u_t = V_t \\ u_{xx} = V_{xx} + w_{xx} \end{cases}$$

$$\text{معادله درون: } V_t - c^r (V_{xx} + w_{xx}) = N e^{-\alpha x} \Rightarrow V_t - c^r V_{xx} = c^r w_{xx} + N e^{-\alpha x}$$

$$e^r w_{xx} + N e^{-\alpha x} = 0 \Rightarrow w_{xx} = -\frac{N}{c^r} e^{-\alpha x} \Rightarrow w_x = \frac{N}{c^r \alpha} e^{-\alpha x} + A$$

$$\Rightarrow w = -\frac{N}{c^r \alpha^2} e^{-\alpha x} + Ax + B$$

حال کافی است شرایط مرزی را نیز همگن کنیم:

$$u(0, t) = 0 \Rightarrow V(0, t) + w(0) = 0 \Rightarrow w(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$u(L, t) = 0 \Rightarrow V(L, t) + w(L) = 0 \Rightarrow w(L) = 0 \Rightarrow -\frac{N}{c^r \alpha^2} e^{-\alpha L} + kL = 0 \Rightarrow k = \frac{N}{c^r \alpha^2 L} e^{-\alpha L}$$

بنابراین گزینه دوم صحیح است.

۴۸- گزینه ۳)

$$C_n = \frac{\gamma n + 1}{\gamma} \int_{-1}^1 f(x) \cdot P_n(x) dx$$

$$C_\gamma = \frac{\delta}{\gamma} \int_{-1}^0 (0) P_\gamma(x) dx + \frac{\delta}{\gamma} \int_0^1 (1) P_\gamma(x) dx = \frac{\delta}{\gamma} \int_{-1}^1 (3n^2 - 1) dx = 0$$

۴۹- گزینه ۱)

چون  $u$  در داخل یک دایره همساز است، پس مقدار  $u$  در مرکز دایره با مقدار متوسط  $u$  روی مرز دایره برابر است:

$$u = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi -\pi \sin \rho d\rho + \frac{1}{\pi} \int_\pi^{2\pi} \pi \cos \rho d\rho = -2$$

۵۰- گزینه ۴)

حل تشریحی این مسئله دشوار است و خارج از حوصله دانشجو است؛ بنابراین با انتخاب نقاط  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  و  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  در صفحه  $xy$  متوجه می‌شویم که این نقاط به ترتیب به نقاط  $(1, 0)$  و  $(-1, 0)$  در صفحه  $uv$  تبدیل می‌شوند؛ پس تنها گزینه‌ای که با شرایط فوق سازگار است گزینه چهارم است.

حرارت و سیالات (ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت)

۵۱- گزینه ۴)

$$a = U - TS \Rightarrow da = dU - TdS - SdT = -pdv - sdT \quad (1)$$

$$g = h - TS = dy = dh - TdS - SdT = Udp - SdT \quad (2)$$

باتوجه به رابطه

$$dz = Mdx + Ndy$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

نتیجه می‌گیریم:

گزینه ۴ صحیح است.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

از رابطه ۱ از رابطه ۲

۵۲- گزینه ۱)

همان‌طور که می‌دانیم مقدار انرژی تلف نشده ناشی از بازگشت‌ناپذیری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = T_c \left[ \frac{dS_{c,v}}{dt} + \sum \dot{m}_e S_e - \sum \dot{m}_i S_i - \frac{Q_{c,v}}{T_c} \right]$$

$$\frac{dS_{c,v}}{dt} = 0 \quad \text{جریان steady و } Q_{civ} \text{ فرآیند بی‌دررو و } \dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m} \quad \text{رابطه پیوستگی}$$

$$\Rightarrow \dot{I} = T_c \dot{m} [S_e - S_i] = T_c \dot{m} \Delta S = \frac{\dot{I}}{\dot{m}} = T_c \Delta S$$

$$\Delta S = c_p \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i}$$

$T_e = T_i$

و باتوجه به این که در فرآیند اختناق بی‌دررو  $h_i = h_e$  و گاز ایده آل فرض شده  $\Leftarrow$ 

$$\Rightarrow \Delta S = -R \ln \frac{P_e}{P_i} = \frac{\dot{I}}{\dot{m}} = -T_c R \ln \frac{P_e}{P_i} = -T_c R \ln \frac{1}{10} = RT_c \ln 10$$

۵۳- گزینه ۴؟)

حداکثر سرعت سیال در یک نازل همگرا سرعت صوت است که در گلوگاه (محل کمترین سطح مقطع نازل همگرا) اتفاق می‌افتد، بنابراین در شرایط سکون معین مقدار سرعت در خروجی نازل تغییر نخواهد کرد.

۵۴- گزینه ۴)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{2000}{5000} = 0.4$$

در یک ماشین گرمایی برگشت پذیر

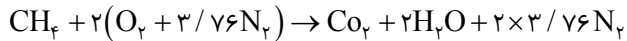
$$\rightarrow Q_1 = 5000 \text{ (kJ)}, Q_H = W + Q_L = W + 2Q_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{5000 - 2000}{2} = 1500 \text{ (kJ)}$$

از طرفی باتوجه برگشت پذیر بودن فرآیندها و قانون دوم داریم:

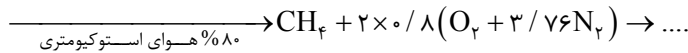
$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 = \frac{5000}{300} - 1500 \left( \frac{1}{300} + \frac{1}{250} \right) = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 454 / 5 \text{ K}$$

۵۵- گزینه ۴)



واکنش استوکیومتری



$$\Rightarrow \text{نسبت هوا به سوخت مولی} = \frac{2 \times 0.8 \times 4 / 76}{1} = 7/61$$

۵۶- گزینه ۲)

در سیکل برایتون می دانیم بازده از رابطه مقابل محاسبه می شود:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_p^{k-1}} = \frac{W_{\text{net}}}{Q_{\text{in}}}, Q_{\text{in}} = Dh_{12} = C_p (T_2 - T_1) \Rightarrow W_{\text{net}} = C_p (T_2 - T_1) \left( 1 - \frac{1}{r_p^{k-1}} \right) = C_p T_2 \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \left( 1 - \frac{1}{r_p^{k-1}} \right)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1}{T_f} \times \frac{T_f}{T_2} = r_p^{k-1} \times \frac{T_f}{T_2} \Rightarrow W_{\text{net}} = C_p T_2 \left( 1 - \frac{T_f}{T_2} \times r_p^{k-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{r_p^{k-1}} \right)$$

$$= C_p T_2 \left( 1 - \frac{1}{r_p^{k-1}} - \frac{T_f}{T_2} r_p^{k-1} + \frac{T_f}{T_2} \right) \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{dw_{\text{net}}}{dr_p} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\left( 1 - \frac{1}{k} \right) r_p^{-\frac{1}{k}}}{r_p^k} - \frac{T_f}{T_2} \times \left( 1 - \frac{1}{k} \right) r_p^{-\frac{1}{k}} = 0 \Rightarrow r_p = \left( \frac{T_2}{T_f} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

۵۷- گزینه ۴)

$$\phi = \frac{P_v}{P_y} - \phi = 0.5 = \frac{P_v}{0.6} \rightarrow P_v = 0.3 \text{ (mpa)}$$

$$\Rightarrow P_a = 100 - P_v = 97/2 \text{ (kPa)} \Rightarrow w = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \times \frac{0.3}{97/2} = 0.0179 \frac{\text{kg}_{\text{vapor}}}{\text{kg}_{\text{air}}} = 17/9 \frac{\text{g}_{\text{vapor}}}{\text{kg}_{\text{air}}}$$

۵۸- گزینه ۱)

$$P_1 = P_2 + \gamma(h_3 - h_1)$$

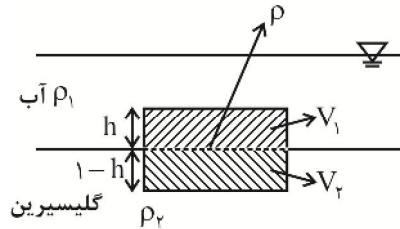
$$P_2 = P_2 + \gamma(h_f + h_2)$$

$$P_1 + \rho \frac{V^2}{2} + \gamma(h_1 + h_2) - \Delta P_{\text{اصطکای}} = P_2 + \rho \frac{V^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta P_{\text{اصطکای}} = P_1 - P_2 + \gamma(h_1 + h_2) = \gamma(h_3 - h_f - h_2 + h_1 + h_2) \Rightarrow$$

$$\Delta P_{\text{اصطکای}} = \gamma(h_3 - h_f) \Rightarrow \text{مقدار حد اصطکای} \Delta H_{\text{frictional}} = h_3 - h_f$$

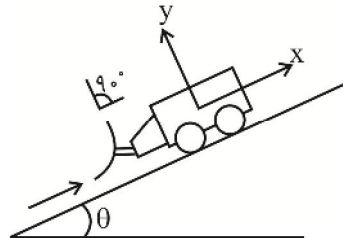
۵۹- گزینه ۴



$$\Rightarrow \rho Vg = \rho_1 V_1g + \rho_2 V_2g \Rightarrow \rho V = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$\Rightarrow \rho \times 1 = \rho_1 \times h + \rho_2 \times (1-h) \Rightarrow 1200 = 1000 \times h + 1500 \times (1-h) \Rightarrow h = 0.6 \text{ (cm)}$$

۶۰- گزینه ۲



$$F_x = \dot{m}V_x = P\dot{Q}V = PAV^2$$

$$1000 \times \left( \frac{\pi}{4} \times (1/2 \times 10^{-3})^2 \right) \times 30^2 = 1/0.17 \text{ (N)}$$

$$\rightarrow F_x = mg \sin \theta \Rightarrow 1/0.17 = 0.6 \times 9.81 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = 0.173$$

$$\sin \delta = 0.8 \Rightarrow \cos \delta = 0.996 = \sin 10 = 2 \sin \delta \cos \delta = 0.173 \Rightarrow \theta = 10^\circ$$

۶۱- گزینه ۱ و ۳

تنها نیروی وارده بر استوانه یک نیروی لیفت (برای راستای -y) است پس دو گزینه ۱ و ۳ صحیح هستند.

۶۲- گزینه ۴

باتوجه به توزیع سرعت در داخل لوله:

$$\frac{U}{U_{\max}} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

و رابطه مقدار سرعت متوسط به صورت:

$$U_{\text{ave}} = \frac{1}{2} U_{\max}$$

$$U = 2U_{\text{ave}} \Rightarrow \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

فاصله از جداره لوله:

$$h = R - r = R \left( \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \right)$$

۶۳- گزینه ۳

باتوجه به تعریف ضخامت لایه مرزی که به فاصله‌ای از دیواره اطلاق می‌شود. که در آن سرعت به ۹۹ درصد سرعت جریان آزاد باشد، داریم:

$$\frac{U}{U_{\infty}} = 0.99 \Rightarrow 0.99 = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{U_{\infty}}{U_x}} \delta\right) \Rightarrow -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{U_{\infty}}{U_x}} \delta = \ln \frac{1}{1.01} \Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{U_x}{U_{\infty}}} \ln 1.01 = \sqrt{\frac{U_x}{U_{\infty}}} \ln 1.01$$

۶۴- گزینه ۳

$$\text{باتوجه به قانون پیوستگی برای جریان پایا و تراکم‌ناپذیر: } \frac{\partial V_x}{\partial x} \times \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial x} + 4y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial x} = -(4y+1) - V_x = -4yx - x + f(y)$$

که تنها در گزینه ۳ به این صورت است.



۶۵- گزینه ۲

باتوجه به معادله گرمای یک بعدی، پایا با تولید انرژی داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{q_0}{k} \left( \frac{x}{L} \right) \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{q_0}{k} \left( \frac{x^2}{2L} \right) + c_1$$

$$\rightarrow T = -\frac{q_0}{k} \left( \frac{x^3}{6L} \right) + c_1 x + c_2 \quad T_{(x=0)} = T_{(x=L)} = T_w$$

$$\Rightarrow c_2 = T_w, c_1 = \frac{q_0}{k} \times \frac{L}{6} \Rightarrow T = -\frac{q_0}{k} \left( \frac{x^3}{6L} \right) + \frac{q_0 L}{6k} x + T_w$$

$$\Rightarrow -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -k \left( \frac{q_0 L}{6k} \right) = -\frac{q_0 L}{6}, q''_{x=0} = -k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{q_0 L}{6}$$

$$q''_{x=L} = -k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} = -k \left( -\frac{q_0}{k} \times \frac{L}{2} + \frac{q_0 L}{6k} \right) = \frac{1}{3} q_0 L$$

۶۶- گزینه ۲

$$T = 1800 - 1800 x^2 \rightarrow \text{دما در وسط دیوار} = T(x=0.5) = 1800 \left( 1 - 0.25 \right) = 1350^\circ \text{C}$$

معادله انتقال گرما در حالت ناپایا و یک بعدی به صورت زیر است.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\alpha: \text{ضریب نفوذ حرارتی}) = \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 4 \times 10^{-7} \times -3600$$

$$= -1/44 \times 10^{-7} \frac{^\circ \text{C}}{\text{s}}$$

۶۷- گزینه ۱

باتوجه به رابطه  $NU_x = 0.423 Re_x^{1/4} Pr^{1/4}$  داریم:

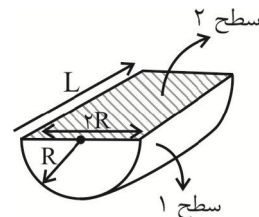
$$NU_x = \frac{hx}{k} \Rightarrow h = 0.423 Re_x^{1/4} Pr^{1/4} \times \frac{k}{x} = 0.423 \times Pr^{1/4} \times \left( \frac{U_\infty}{\nu} \right)^{1/4} \times \frac{k}{\sqrt{x}}$$

با افزایش  $x$  مقدار  $h$  کاهش می یابد و در نتیجه اختلاف دمای سطح صفحه و سیال افزایش می یابد، در نتیجه ماکزیمم مقدار اختلاف دمای سطح صفحه و سیال در  $x=L$  رخ خواهد داد:

$$h(x=L) = 0.423 Re_L^{1/4} Pr^{1/4} \times \frac{k}{L} \Rightarrow h_{(x=L)} \times (T_w - T_\infty)_{\max} = q_w$$

$$\Rightarrow (T_w - T_\infty)_{\max} = \frac{q_w}{h_{(x=L)}} = \frac{q_w L}{k_f \left( 0.423 Re_L^{1/4} Pr^{1/4} \right)}$$

۶۸- گزینه ۴



$$F_{r2} + F_{r1} = 1, F_{r2} = 0 \Rightarrow F_{r1} = 1$$

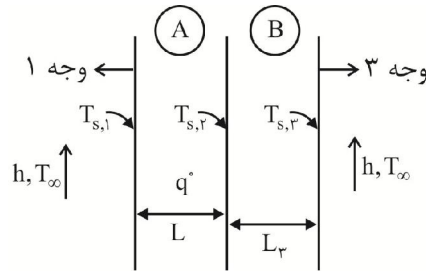
$$A_2 F_{r1} = A_1 F_{12} \Rightarrow (2RL) \times 1 = (\pi RL) \times F_{12}$$

$$\Rightarrow F_{12} = \frac{2}{\pi}$$

۶۹- گزینه ۱

برای مساوی بودن میزان نرخ انتقال حرارت منتقل شده باید مقاومت گرمایی در هر دو حالت باهم برابر باشد، در نتیجه:

$$\frac{\text{Ln} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)}{2\pi k_1 L_1} = \frac{\text{Ln} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)}{2\pi k_2 L_2} \Rightarrow R_2 L_2 = k_1 L_1 \xrightarrow{k_2 = 2k_1} L_2 = 2L_1$$



با نوشتن معادله انتقال گرمای یک بعدی، پایا و با تولید انرژی برای دیواره A:

$$T(x) = \frac{q \cdot L^r}{2k} \left( 1 - \frac{x^r}{L^r} \right) + \frac{T_{s,r} - T_{s,l}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{s,l} + T_{s,r}}{2}$$

و برای دیواره B:

$$T(x) = \frac{T_{s,r} - T_{s,r}}{L} x + T_{s,r}$$

باتوجه به این که در مرز مشترک دیواره مقدار انرژی ورودی باید برابر مقدار انرژی خروجی باشد در نتیجه:

$$\left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} \right)_A = \left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)_B \Rightarrow k_A = k_B \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} \right)_A = \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)_B \quad (*)$$

همچنین باتوجه به توزیع دما کاملاً مشخص است که در دیواره A غیرخطی و در دیواره B خطی است.

(۱)

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} \right)_A = \frac{-q \cdot L}{k} + \frac{T_{s,r} - T_{s,l}}{2L} \quad \text{باتوجه به } (*) \quad \frac{T_{s,r} - T_{s,r}}{L} = \frac{T_{s,r} - T_{s,l}}{2L} - \frac{q \cdot L}{k}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)_B = \frac{T_{s,r} - T_{s,r}}{L}$$

$$\text{نرخ انتقال حرارت در وجه ۱} = \left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)_B = -k \left( \frac{T_{s,r} - T_{s,l}}{2L} \right)$$

$$\text{نرخ انتقال حرارت در وجه ۳} = \left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} \right)_A = -k \left( \frac{T_{s,r} - T_{s,r}}{L} \right)$$

بنابر رابطه (۱) نتیجه می‌گیریم که این دو نرخ انتقال حرارت باهم مساوی نیست.

جامدات (استاتیک، مقاومت مصالح، طراحی اجزاء)

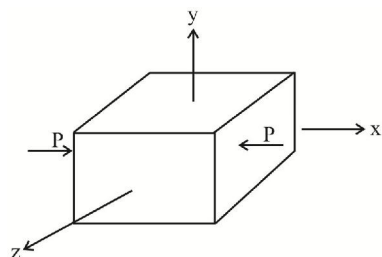
$$T_{\max} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + T_{xy}^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x = \tau s \\ \sigma_y = \tau s \\ T_{xy} = \sqrt{3} s \end{array} \right\} \Rightarrow T_{\max} = \left[ \sqrt{\left( \frac{\tau - \tau}{2} \right)^2 + (\sqrt{3})^2} \right] s$$

$$T_{\max} = \tau s$$

$$\text{فرض} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = -\frac{P}{A} \\ \sigma_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{فرض در راستای Z محدود} \Rightarrow \epsilon_z = 0 \rightarrow (\sigma_z - \nu \sigma_x - \nu \sigma_y) \frac{1}{E} = 0 = \epsilon_z$$



$$\sigma_z = \nu\sigma_x \rightarrow \sigma_z = -\frac{\nu P}{A}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \left(-\frac{P}{AE} + \frac{\nu P}{AE}\right) + \left(\frac{\nu P}{AE} + \frac{\nu P}{AE}\right)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{P}{AE} [\nu + \nu - 1] = \frac{P}{AE} (\nu + 1)(\nu - 1)$$

در گزینه‌ها نیست.

۷۳- سوال غلط است

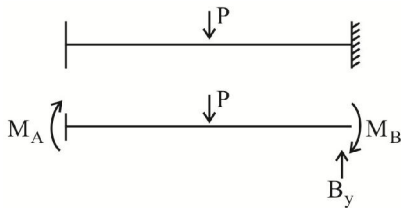
اگر منظور طراح از  $M_x$ ، گشتاور پیچش باشد

$$T = \frac{M_x \rho}{T}$$

$$T_{max} = \frac{M_x \frac{d}{2}}{\frac{1}{2} \pi \frac{d^3}{16}} = \frac{M_x \cdot 16}{\pi d^2}$$

۷۴- گزینه ۴

می‌دانیم



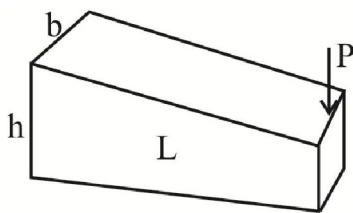
گزینه ۲ یا ۴  $\rightarrow \sum F_y = 0 \rightarrow B_y = P$  (راه حل اول)

گزینه ۴  $\rightarrow \sum M_{B مدل} = 0 \rightarrow M_A + M_B = \frac{PL}{2}$

راه حل دوم  $\theta_{A/B} = 0 \rightarrow \int_0^L \frac{M}{EI} dx = 0$

۷۵- هیچ کدام

با فرض اینکه ابتدا برای تیر روبه‌رو انرژی کرنش را محاسبه می‌کنیم:



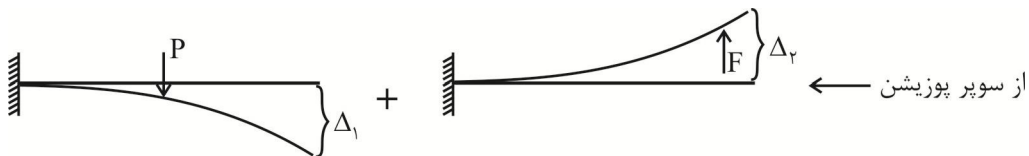
$$u = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$\left. \begin{aligned} M &= Px \\ I &= \frac{1}{12} bh^3 \end{aligned} \right\} \rightarrow u = \int_0^L \frac{P^2 x^2}{2E \frac{1}{12} bh^3} dx$$

$$U = \frac{2P^2 L^3}{Ebh^3}$$

از گزینه‌ها نیست.

۷۶- گزینه ۲



$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{24EI} + \frac{PL^3}{8EI} \times \frac{L}{2} = \frac{PL^3}{EI} \frac{5}{24}$$

$$\Delta_2 = \frac{FL^3}{3EI} \quad \Delta = \frac{F}{K} \text{ قانون هوک}$$

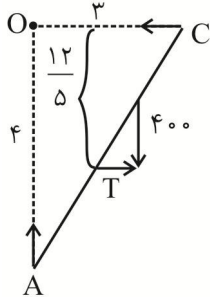
$$\Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{F}{K} \rightarrow \frac{PL^3}{EI} \frac{5}{24} + \frac{FL^3}{3EI} = \frac{F}{K}$$

$$F = \frac{5KEIPL^3}{16(3EI - KL^3)} \rightarrow \Delta = \frac{F}{K} = \frac{5KPL^3}{16(3EI - KL^3)}$$

۷۷- گزینه ۲

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$$

$L_{e_r} = L$  برای دوسر مفصل  $L_{e_r} = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{cr} = 4P_{cr_i}$



$$\Sigma M_o = 0 \rightarrow 400 \times 1/5 = \frac{12}{5} \times T$$

$$T = 250 \text{ N}$$

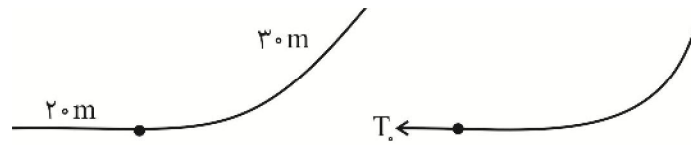
۷۸- هیچ کدام

۷۹- گزینه ۴

$I_{x'x'} = I_{y'y'}$  نقطه‌ای

$I_{xx} + I_{yy} = I_{x'x'} + I_{y'y'} \rightarrow I_{x'x'} = I_{xx}$

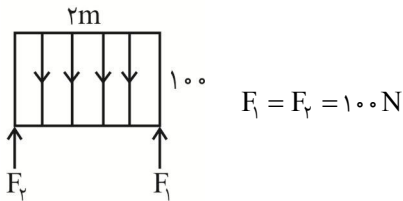
۸۰- گزینه ۳



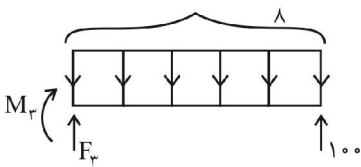
$2.0 \times 4.0 = 8.0 \text{ N} \rightarrow F_k = 8.0 \times 0.3 = 2.4 \text{ N} = T$

$T_{max} = \sqrt{T^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{2.4^2 + 12.0^2} = 12.0 \sqrt{1.04}$

۸۱- سوال اشتباه است.

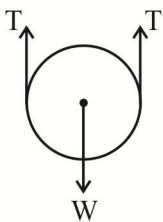


$F_l = F_r = 100 \text{ N}$

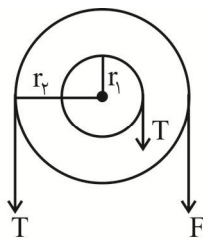


$F_r = 8 \times 100 - 100 = 700$

۸۲- گزینه ۳

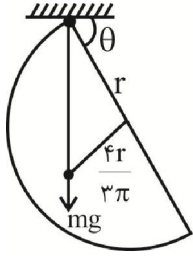


$W = 2T$



$\frac{W}{2}(r_2 - r_1) = Fr_2$

$\rightarrow W = \frac{2r_2}{(r_2 - r_1)} F$



$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{r}{\frac{4r}{3\pi}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{3\pi}{4} \right)$$

یا

$$\theta = \cot^{-1} \left( \frac{4}{3\pi} \right)$$

۸۴- گزینه ۱) کلید سازمان سنجش

۸۵- گزینه ۲) کلید سازمان سنجش

۸۶- سوال اشتباه است.

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M \frac{a}{2}}{\frac{1}{12} a^3} = \frac{6M}{a^2} \quad \sigma_{\max} = \frac{18^\circ}{a^2} \quad \sigma_{\min} = \frac{12^\circ}{a^2}$$

$$\sigma_a = \frac{3^\circ}{a^2} \quad \sigma_m = \frac{15^\circ}{a^2} \quad S_e = 300 \quad S_u = 600$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad \frac{3^\circ}{300 \cdot a^2} + \frac{15^\circ}{600 \cdot a^2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$a^2 = \frac{2 \cdot 28}{40} = 0.7$$

۸۷- گزینه ۳

$$C = \frac{K_b}{K_b + K_m} \text{ عضو } , K \propto E \quad E_b \uparrow \rightarrow K_b \uparrow \rightarrow C \uparrow \rightarrow \begin{cases} F_b \uparrow \\ F_m \downarrow \end{cases}$$

$$F_b = C P + F_i \quad F_m = (1 - C) P - F_i$$

۸۸- گزینه ۴

$$\frac{2^\circ}{150} + \frac{-4^\circ}{-150} = \frac{1}{n} \rightarrow n = 2/5$$

۸۹- گزینه ۴

$$T = T_{\max} = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$

N بی تاثیر است.

باتوجه به فرمول و گزینه‌ها گزینه ۴ مناسب‌تر به نظر می‌رسد (سوال مبهم است)

۹۰- گزینه ۲

$$S_e = k_t S'_e$$

چون  $K_t = 2$  است حد دوام ( $S_e$ ) دوبرابر می‌شود و عمر قطعه نصف می‌شود (۵۰۰ سیکل)

دینامیک و ارتعاشات (دینامیک، ارتعاشات، دینامیک ماشین، کنترل)

۹۱- گزینه ۱

با در نظر گرفتن کنترلر PI داریم:

تابع تبدیل مدار بسته  $\theta(s)$  و  $D(s)$ :

$$\frac{\theta(s)}{D(s)} = \frac{s}{Js^2 + bs + k_p s + \frac{k_p}{T_i}}$$

با در نظر گرفتن ورودی مرجع  $R(t) = 0$ ، سیگنال خطا به صورت زیر است:

$$E(s) = -\frac{s}{Js^r + bs^r + k_p s + \frac{k_p}{T_i}} D(s)$$

همان طور که مشاهده می شود خطای حالت ماندگار سیستم صفر است.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0$$

استفاده از کنترل کننده های PD و P باعث ایجاد خطای حالت ماندگار غیر صفر می شود.

۹۲- گزینه ۲

ابتدا فرکانسی را که در نمودار قطبی زاویه  $G(j\omega)$  برابر  $-180^\circ$  می شود را به دست می آوریم:

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1 + 0.5j\omega)^r} = \frac{k}{-\omega^r + (0.5\omega^r)j} \xrightarrow{\text{Im}(G(j\omega))=0} \omega = 0.5\omega^r = 0$$

$$\Rightarrow \omega = 0 \quad \omega = 2 \text{ ق ق}$$

$$k_g \text{ db} = -20 \log |G(j\omega)|$$

$$\epsilon = -20 \log |G(j\omega)|$$

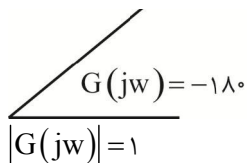
$$|G(j\omega)| = 0.5 \quad \omega = 2 \Rightarrow |G(j\omega)| = \left| \frac{-k}{-\omega^r - (0.5\omega^r)j} \right| = 0.5 \Rightarrow \frac{k}{4} = 0.5 \Rightarrow k = 2$$

۹۳- گزینه ۱

از آنجا که سیستم از نوع ۲ می باشد؛ یعنی دارای دو قطب در مبدا مختصات است خطای حالت ماندگار به ورودی پله برابر صفر است.

۹۴- سوال غلط است.

ابتدا  $k$  مرز پایداری را به دست می آوریم



$$G(j\omega) = \frac{k}{(j\omega + 2)^r (j\omega + 1)} = \frac{k}{(4 - 3\omega^r) + (3\omega^r - \omega^r)j} \xrightarrow{\frac{\angle G(j\omega) = -180^\circ}{\text{Im}(G(j\omega)) = 0}} \epsilon \omega - \omega^r = 0 \Rightarrow \omega = 0 \quad \omega^r = \epsilon$$

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{k}{4 - 18} \right| \Rightarrow k = 14 \text{ مرز پایداری}$$

بنابراین برای سیستم  $k = 7$  می شود.

$$C(s) = V(s) + (R(s) - C(s)) \left( \frac{\gamma}{(s+2)^r (s+1)} \right) \xrightarrow{R(s)=0} C(s) = \frac{V(s)}{1 + \frac{\gamma}{(s+2)^r (s+1)}}$$

$$V(s) = \frac{1}{s}$$

که در گزینه نیست

$$\text{initial Value } C(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s+2)^r (s+1)}{(s+2)^r (s+1) + \gamma} = \frac{4}{11}$$

$$\text{initial Value } \Rightarrow F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(s+2)^r (s+1)}{(s+2)^r (s+1) + \gamma} = 1$$

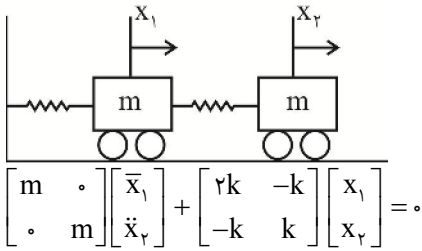
بنابراین سوال غلط است.

۹۵- گزینه ۴

بر اساس قواعد مربوط به مکان هندسی ریشه های سیستم با فیدبک مثبت گزینه ۴ نادرست است و جواب سوال است. یعنی نقاطی روی محور حقیقی که مجموع تعداد قطب و صفرهای (مدار باز) واقع شده روی محور حقیقی و در سمت راست آن ها عدد فرد باشد جزو مکان هندسی نمی باشد.

۹۶- گزینه ۱)

با نوشتن معادلات سیستم داریم



برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی باید معادله  $|K - M\omega^2| = 0$  را حل نمود.

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

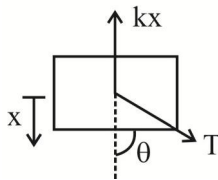
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2k - m\omega^2 & -k \\ -k & k - m\omega^2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (2k - m\omega^2)(k - m\omega^2) - k^2 = 0$$

$$m^2 \omega^4 - 3km\omega^2 + k^2 = 0 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

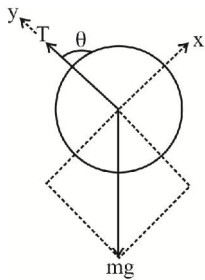
۹۷- گزینه ۲)

ابتدا دیاگرام آزاد اجسام را رسم می‌کنیم



$$\Sigma F_x = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} = T \cos \theta - kx, \cos \theta \approx 1 \Rightarrow m\ddot{x} + kx = T \quad (1)$$



$$(1), (2) \Rightarrow m\ddot{x} + kx = mg - m\ddot{x} \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{k}{2m}$$

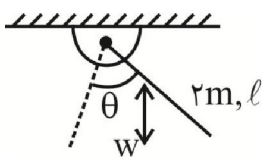
$$\Sigma F_y = m\dot{a}_y$$

$$mg \cos \theta - T = m\ddot{x} \cos \theta \Rightarrow mg - m\ddot{x} \approx T \quad (2)$$

$$\Sigma F_x = m\ddot{x} \Rightarrow -mg \sin \theta = mL\ddot{\theta} \Rightarrow L\ddot{\theta} + g\theta = 0 \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{g}{L}$$

۹۸- گزینه ۲)

با هل دادن زاویه  $\beta$  به سمت  $\circ$  سیستم به صورت جسمی با جرم  $2m$ ، طول  $\ell$  درمی‌آید



$$-2mg \cdot \frac{\ell}{2} \sin \theta = \frac{1}{3}(2m)\ell^2 \ddot{\theta}$$

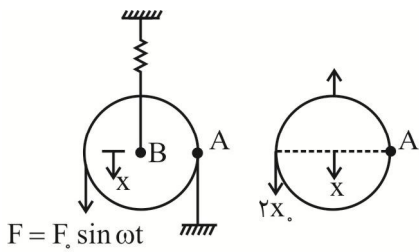
$$\frac{2}{3}m\ell^2 \ddot{\theta} + mgL \sin \theta = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$$

تنها گزینه که در فرمول بالا صدق می‌کند، گزینه ۲ است.

۹۹- گزینه ۴)

از آنجا که سیستم شبیه قرقره مرکب است نیروی وارد شده به فنر  $2F$  می‌باشد.

$\Rightarrow$  معادله حرکت آزاد جسم



$$T = \frac{1}{2} \left( m + \frac{I_B}{r^2} \right) \dot{x}^2 \quad \frac{d}{dt}(T + U) = \dot{r} F_0 \sin \omega t$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad \left( m + \frac{1}{2} \frac{mR^2}{R^2} \right) \ddot{x} + kx = \dot{r} F_0 \sin \omega t$$

$$x = A \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2} m \ddot{x} + kx = \dot{r} F_0 \sin \omega t$$

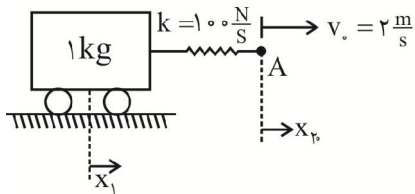
با جایگذاری داریم

$$-\frac{3}{2} m \omega^2 A \sin \omega t + kA \sin \omega t = \dot{r} F_0 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow A = \frac{\dot{r} F_0}{k - \frac{3}{2} m \omega^2} = \frac{\dot{r} F_0}{2k - 3m\omega^2}$$

۱۰۰- گزینه ۴

با نوشتن معادلات نیوتن برای نقطه A باتوجه به شکل زیر داریم:

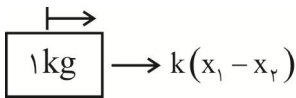


$$m_A \ddot{x} = -k(x_2 - x_1)$$

باتوجه به اینکه نقطه A دارای شتاب نمی‌باشد؛ بنابراین:

$$k(x_2 - x_1) = 0 \Rightarrow kx_2 = kx_1 \quad (*)$$

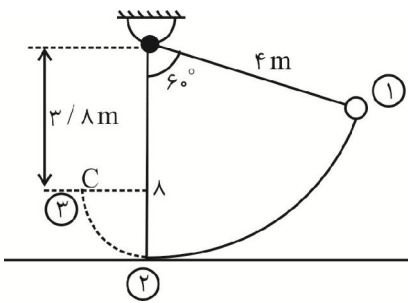
برای جرم نیز داریم



$$m \ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2)$$

باتوجه به رابطه (\*) شتاب جسم نیز صفر است، یعنی جسم با سرعت ثابت حرکت خواهد کرد. بنابراین گزینه ۴ صحیح بوده و سرعت جسم هیچ‌گاه صفر نخواهد شد.

۱۰۱- گزینه ۳



$$E_1 = E_2 \quad E_2 = E_2 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$E_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 + mgh_1 \quad h_1 = 4 \cos 60 = 2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m V_2^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 + mgh_2 \quad h_2 = 0/2$$

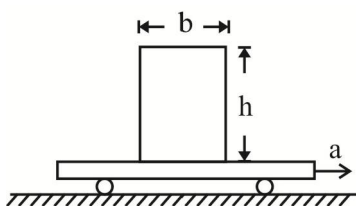
$$\frac{1}{2} m \lambda^2 + mg(2) = \frac{1}{2} m V_2^2 + mg(0/2) \Rightarrow 32 + 20 - 2 = \frac{1}{2} V_2^2$$

$$\Rightarrow V_2^2 = 100 \Rightarrow V_2 = 10 \frac{m}{s}$$

۱۰۲- گزینه ۱

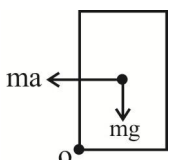
شرط واژگونی قطعه این است که جسم حول نقطه O بچرخد.

بنابراین داریم:



$$I m \omega = 0 \Rightarrow m a \cdot \frac{h}{2} = m g \frac{b}{2}$$

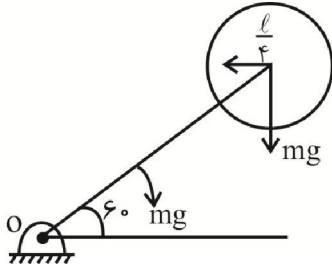
$$\Rightarrow a = \frac{gb}{h}$$





۱۰۳- گزینه ۲

باتوجه به اینکه هیچ نیروی بین میله و دیسک وارد نمی‌شود، این دو حرکت مستقل از هم ندارند. بنابراین می‌توان دو جسم را با هم در نظر گرفت و هر دو جسم دارای شتاب زاویه یکسان حول O هستند.



$$\Sigma \mu_o = I \alpha_{total} \quad mg \ell \cos 60^\circ + mg \frac{x}{2} \cos 60^\circ = \frac{3}{96} \alpha \Rightarrow \frac{3}{4} g = \frac{3}{96} \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{72}{131} \frac{g}{L}$$

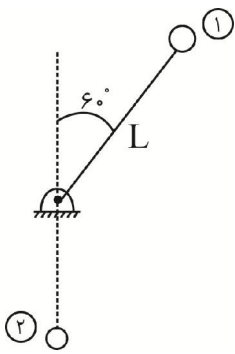
$$I = I_b + I_D$$

$$I_b = \frac{1}{3} m \ell^2$$

$$I_D = \frac{1}{2} m R^2 + m \ell^2 = \frac{33}{32} m \ell^2$$

$$I_{total} = \frac{1}{3} m \ell^2 + \frac{33}{32} m \ell^2 = \frac{43}{96} m \ell^2$$

۱۰۴- گزینه ۳



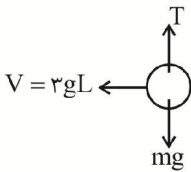
$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = mgh_1 + \frac{1}{2} m V_1^2 \quad \xrightarrow{V_1=0} \quad E_1 = \frac{3}{2} mgL$$

$h_1 = L + L \cos 60^\circ = \frac{3}{2} L$

$$E_2 = mgh_2 + \frac{1}{2} m V_2^2 \quad \xrightarrow{h_2=0} \quad E_2 = \frac{1}{2} m V_2^2$$

$$\frac{3}{2} mgL = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = 3gL \quad V_2 = \sqrt{3gL}$$



$$T = mg + \frac{m V^2}{L} = mg + \frac{m \cdot 3gL}{L} = 4mg$$

۱۰۵- گزینه ۳

$$S = r b \sin \phi$$

$$\dot{S} = V = cte = r b \cos \phi \dot{\phi} \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{V}{r b \cos \phi}$$

$$\vec{V} = V \cos \phi \hat{i} + V \sin \phi \hat{j}$$

$$\vec{a} = -V \sin \phi \dot{\phi} \hat{i} + V \cos \phi \dot{\phi} \hat{j}$$

$$|\vec{a}| = |V \dot{\phi} (\cos \phi \hat{j} - \sin \phi \hat{i})| = V \dot{\phi} \sqrt{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi} = V \dot{\phi} = \frac{V^2}{r b \cos \phi}$$

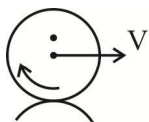
۱۰۶- گزینه ۳

باتوجه به روابط موجود در بادامک‌ها و تشابه مثلثات داریم:

$$\frac{\omega_r}{\omega_p} = \frac{OO_r}{O_rO} \Rightarrow \frac{\omega_r}{\omega_p} = \frac{6O_rO_p}{7O_rO_p} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{6}{7} \omega_p$$

۱۰۷- گزینه ۴



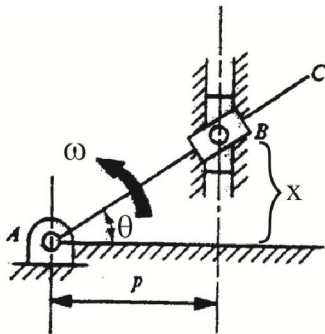
از آنجا که مرکز دیسک کوچک در جهت عقربه‌ها حرکت می‌کند دیسک نیز باید در جهت عقربه‌ها بچرخد.

از آنجا که حرکت بدون لغزش است (چرخ‌دنده)، مرکز چرخ‌دنده B مسافت  $B(2\pi R)$  را طی می‌کند. بنابراین

$$\left. \begin{aligned} \text{مسافت مرکز B} &= 3(2\pi R_B) = 6\pi R_B \\ \text{میزان چرخ B به تعداد دور} &= x(2\pi) \end{aligned} \right\} x \cdot 2\pi \cdot r_B = 6\pi r_B \Rightarrow x = 3$$

۱۰۸- گزینه ۴

سرعت لغزنده B برابر است با  $\dot{x}$



$$\text{tg}\theta = \frac{x}{p}$$

$$(\text{tg}\theta)' = \left(\frac{x}{p}\right)' \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} \cdot \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{p} \Rightarrow \dot{x} = \frac{p\dot{\theta}}{\cos^2\theta} = \frac{p\omega}{\cos^2\theta}$$

۱۰۹- گزینه ۴

باتوجه به اطلاعات مسئله، نمی توان تعیین نمود. سوال اشتباه است.

۱۱۰- باتوجه به اینکه لینک ۲ می تواند دارای زوایای مختلف باشد، سرعت لغزنده که همان سرعت نقطه D از لینک ۲ است متغیر است. ولی حداکثر سرعت آن ۲ برابر سرعت نقطه B است که در حالت عمود رخ می دهد. اما باتوجه به اینکه ۲ گزینه مشابه در سوال وجود دارد، سوال غلط است. اما گزینه ۴ نیز می تواند جواب مسئله باشد.

ساخت و تولید (ماشین ابزار، قالب پرس، علم مواد، ماشین های کنترل عددی، اندازه گیری، تولید مخصوص، هیدرولیک و نیوماتیک، مدیریت تولید)

#### کلید سازمان سنجش

- ۱۱۱- گزینه ۴
- ۱۱۲- گزینه ۳
- ۱۱۳- گزینه ۳
- ۱۱۴- گزینه ۳
- ۱۱۵- گزینه ۱
- ۱۱۶- گزینه ۲
- ۱۱۷- گزینه ۴
- ۱۱۸- گزینه ۳
- ۱۱۹- گزینه ۳
- ۱۲۰- گزینه ۴
- ۱۲۱- گزینه ۱
- ۱۲۲- گزینه ۲
- ۱۲۳- گزینه ۱
- ۱۲۴- گزینه ۲
- ۱۲۵- گزینه ۱
- ۱۲۶- گزینه ۴
- ۱۲۷- گزینه ۲
- ۱۲۸- گزینه ۳
- ۱۲۹- گزینه ۱
- ۱۳۰- گزینه ۴

## کلید سازمان سنجش

- ۱۳۱- گزینه ۴)
- ۱۳۲- گزینه ۳)
- ۱۳۳- گزینه ۳)
- ۱۳۴- گزینه ۴)
- ۱۳۵- گزینه ۴)
- ۱۳۶- گزینه ۱)
- ۱۳۷- گزینه ۲)
- ۱۳۸- گزینه ۲)
- ۱۳۹- گزینه ۴)
- ۱۴۰- گزینه ۲)
- ۱۴۱- گزینه ۱)
- ۱۴۲- گزینه ۳)
- ۱۴۳- گزینه ۲)
- ۱۴۴- گزینه ۳)
- ۱۴۵- گزینه ۴)
- ۱۴۶- گزینه ۱)
- ۱۴۷- گزینه ۳)
- ۱۴۸- گزینه ۴)
- ۱۴۹- گزینه ۴)
- ۱۵۰- گزینه ۱)

## کلید سازمان سنجش

- ۱۵۱- گزینه ۲)
- ۱۵۲- گزینه ۱)
- ۱۵۳- گزینه ۴)
- ۱۵۴- گزینه ۴)
- ۱۵۵- گزینه ۳)
- ۱۵۶- گزینه ۳)
- ۱۵۷- گزینه ۲)
- ۱۵۸- گزینه ۱)
- ۱۵۹- گزینه ۱)
- ۱۶۰- گزینه ۳)
- ۱۶۱- گزینه ۴)
- ۱۶۲- گزینه ۱)
- ۱۶۳- گزینه ۳)
- ۱۶۴- گزینه ۴)
- ۱۶۵- گزینه ۱)
- ۱۶۶- گزینه ۲)
- ۱۶۷- گزینه ۳)
- ۱۶۸- گزینه ۴)
- ۱۶۹- گزینه ۲)
- ۱۷۰- گزینه ۲)